

## TVORBA GRAFOV FUNKCIÍ V MATEMATIKE PROSTREDNÍCTVOM WEBOVEJ SLUŽBY

HORNYÁK GREGÁŇOVÁ, Radomíra, SR

**Resumé:** Prudký rozvoj informačných technológií (IT) ovplyvňuje vzdelávací proces a jeho modernizáciu. Súčasťou modernizácie vzdelávacieho procesu je aj matematické vzdelávanie, ktoré je IT výrazne ovplyvnené. Grafické riešenie je súčasťou seminárnej úlohy z matematiky, kde cieľom je prostredníctvom informačných technológií znázorniť graf zadanej funkcie jednej reálnej premennej. Niektoré voľne dostupné grafické softvéry sú nástrojmi na grafické znázornenie úloh seminárnej práce z matematiky. V grafickom znázornení matematických funkcií môžeme použiť grafické programy, ktoré po zadaní predpisu funkcie nakreslia jej graf. Jednou z ďalších možností je použiť na zakreslenie grafu webovú službu GraphSketch.com (<https://graphsketch.com/>), ktorá je bezplatnou službou na zakreslenie grafu a umožňuje zakreslenie grafu online. V príspevku sa zaoberáme grafickým riešením rôznych typov úloh, ktoré sú súčasťou 1. ročníka štúdia na Slovenskej poľnohospodárskej univerzite v Nitre (SPU v Nitre) v rámci matematických predmetov.

**Key words:** IT, matematické vzdelávanie, graf funkcie, grafický softvér, webová služba, zakreslenie grafu online

## CREATION OF FUNCTION'S GRAPHS IN MATHEMATICS THROUGH A WEB SERVICE

**Abstract:** The fast development of information technologies (IT) influences the educational process and its modernization. The part of modernization in learning process is also mathematical education, which is heavily influenced by IT too. The graphics solution is a part of the mathematical seminar work, where the aim is a plotting of function's graph of one real variable through information technologies. Freely available graphics software is a tool for graphical representation of seminar work's tasks in mathematics. The graphics software can be used for drawing of the mathematics function graph - after entering the function formula it draws the graph of the function. One alternative is to use the web service GraphSketch.com (<https://graphsketch.com/>), which is a free service for plotting a graph. It allows a plotting the graph by using the online web service. The paper shows graphics solution in different types of problems, which are a part of the first year of study at the Slovak University of Agriculture (SUA) in Nitra in the mathematics subjects.

**Key words:** IT, mathematical education, graph of function, graphics software, web service, plotting the graph, online web service

### 1 Úvod

Nástroje informačných technológií prenikli aj do systému vzdelávania a neustále ho ovplyvňujú. Cielene zameranou a pedagogicky vhodnou kombináciou tradičných vyučovacích metód a moderných metód využívajúcich elektronické médiá môžeme stimulovať záujem študentov o štúdium jednotlivých predmetov, teda aj matematiky. Rôzne nástroje informačných a komunikačných technológií vytvárajú podmienky pre

individualizáciu vzdelávania, čím sa zlepšujú podmienky pre zvyšovanie úrovne a kvality vzdelávania. Trvácnosť a kvalita vedomostí študenta závisia aj od jeho schopností študovať samostatne zo študijných materiálov (Országhová, 2011).

Seminárna práca je súčasťou hodnotenia predmetu Matematika IA v zimnom semestri 1. ročníka štúdia na Fakulte ekonomiky a manažmentu Slovenskej poľnohospodárskej univerzity (FEM SPU) v Nitre. Z vypracovanej seminárnej práce majú študenti možnosť získať body, ktoré sa im započítajú k celkovému hodnoteniu na skúške. Tematicky je seminárna práca zameraná na priebeh funkcie, kde z vypočítaných a zistených vlastností je cieľom zobrazit' graf funkcie. Postup riešenia úlohy využíva poznatky o derivácii funkcie jednej reálnej premennej a pri výpočte asymptot sa využívajú poznatky z limity funkcie jednej reálnej premennej. Seminárna práca tak predstavuje komplexnú úlohu, chybný výpočet na začiatku úlohy vedie k nesprávnym vlastnostiam, z ktorých nie je možné zobrazit' správny graf funkcie.

## 2 Grafické riešenie a interpretácia úloh

Vzhľadom na priebeh poznávacieho procesu, ktorý začína zmyslovou skúsenosťou, využívajú učitelia v pedagogickom procese rôzne vizuálne formy reprezentácie učiva. Výsledkom poznávania vlastností alebo vzťahov prvkov v matematike môže byť graf funkcie, kognitívny významový útvar ako názorná obrazová forma reprezentácie matematických objektov. Schopnosť nakresliť a graficky interpretovať matematický objekt však ešte neznamená úplné pochopenie určujúcich matematických vzťahov, ktoré vytvorený obrázok geometricky reprezentuje (Velichová, 2010).

Grafická interpretácia niektorých typov úloh, nie je len ilustráciou matematických pojmov, útvarov resp. problémov, ale aj pomôcka pri hľadaní postupu riešenia, pretože študenti s pomocou správne načrtnutého obrázku ľahšie vyriešia úlohu (Drábeková, 2012).

Programové produkty a nástroje sa začali rozvíjať s požiadavkami na rýchle a automatizované spracovanie rôznych údajov. Môže ísť o analýzu a vyhodnotenie odlišných údajov, napr. matematické a štatistické dáta, výsledky výskumných projektov, súbory s výsledkami z prieskumov, prognóz a podobne. Špeciálne softvéry sa začali vyvíjať na spracovanie matematických údajov. V súčasnosti na trhu existuje ponuka programov s veľkým počtom matematických nástrojov, napr. Mathematica, MathCAD, Matlab, Geogebra a i. Niektoré programy sú na Internete vo forme voľne prístupného softvéru, alebo je prístupná tzv. 30-dňová verzia, ktorá je zároveň reklamou na daný produkt a používateľ sa na základe skúseností s programom rozhodne, či si softvér kúpi. S grafickým výstupom v matematických úlohách majú študenti na vysokej škole rôzne problémy. Ich začiatky súvisia aj s tým, že učivo z geometrie je na základných a stredných školách z rôznych dôvodov redukované, alebo úplne vynechané. Študent fakulty ekonomiky a manažmentu – budúci ekonóm či manažér – sa stretáva v odborných predmetoch s funkciami vyjadrenými pomocou logaritmickej, exponenciálnej a mocnínovej funkcie. Zistiť vlastnosti funkcie a načrtnúť jej graf patrí k vyučovacím cieľom v matematike (Országhová, 2010).

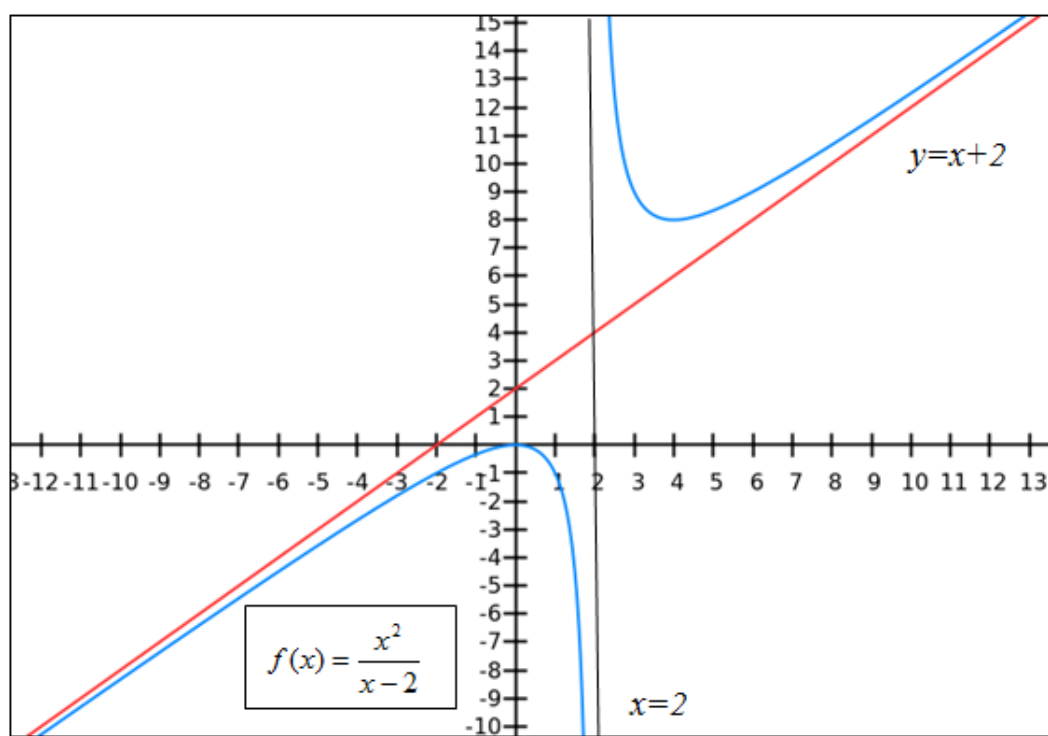
Zobrazovanie grafov funkcií považujú študenti na náročnú úlohu, preto uprednostňujú pri riešení týchto úloh grafické softvéry. Okrem nových vedomostí z matematiky tak získavajú a rozvíjajú svoje schopnosti spájať poznatky navzájom a uplatniť vedomosti o grafických programoch v matematike. Aj učiteľ matematiky môže efektívne uplatniť grafické programy pri vytváraní zadání nových úloh na cvičenia, pri testovaní vedomostí študentov a vytváraní úloh na skúšky (Országhová, 2011).

### 3 Graf funkcie zakreslený online prostredníctvom webovej služby GraphSketch.com

V mnohých úlohách z praxe sa stretávame s požiadavkou zobrazit' graf funkcie, ktorá vyjadruje závislosť medzi získanými údajmi. Potrebujeme na to zistiť jednotlivé vlastnosti funkcie a na ich základe zobrazit' jej priebeh (Országhová, 2010).

Nasledujúca schéma obsahuje potrebné výpočty charakteristik a vlastností pre priebeh funkcie, ktorý je súčasťou seminárnej úlohy z matematiky:

1. oblasť definície funkcie,
2. priesečníky funkcie so súradnicovými osami, nulové body
3. párnosť, nepárnosť funkcie,
4. periodickosť funkcie,
5. prvá derivácia funkcie, monotónnosť funkcie,
6. druhá derivácia funkcie, lokálne extrémny funkcie,
7. konvexnosť a konkávnosť funkcie,
8. inflexné body funkcie,
9. asymptoty grafu funkcie,
10. zobrazenie grafu funkcie (obr. 1).



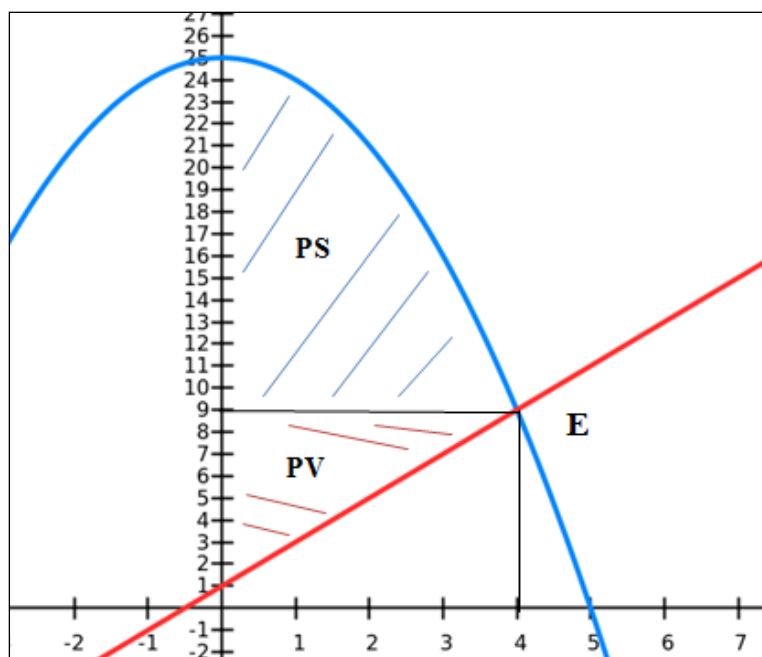
Obr. 1: Graf funkcie  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

Graf funkcie bol zakreslený prostredníctvom bezplatnej webovej služby GraphSketch.com (<https://graphsketch.com/>) a umožnila nám zakreslit' graf funkcie online. Ďalšou možnosťou je použiť na zakreslenie grafu funkcie: <https://www.desmos.com/calculator>.

Správne načrtnutý graf funkcie nám prezradí všetky základné vlastnosti danej funkcie. Táto vizuálna podoba funkcie je s jej predpisom tak úzko spojená, že často obidve tieto formy reprezentácie v našej mysli splývajú (Drábeková, 2012).

#### 4 Grafy funkcií vo vybraných aplikačných úlohách

Grafické riešenie je nevyhnutnou súčasťou riešenia úloh na ekonomickú aplikáciu určitého integrálu pri výpočte prebytku spotrebiteľa a prebytku výrobcu, ako je možné vidieť na obr. 2.



**Obr. 2:** Prebytok spotrebiteľa a prebytok výrobcu – grafické zobrazenie úlohy

Grafické zobrazenie aplikačných úloh má svoje významné postavenie pri správnom postupe a napredovaní v riešení úlohy. Študenti si po grafickom zobrazení objasnia, čo vlastne výpočtom počítajú a vedia si predstaviť, čo vypočítané hodnoty predstavujú. Graf funkcie v aplikačnej úlohe bol zakreslený prostredníctvom bezplatnej webovej služby GraphSketch.com (<https://graphsketch.com/>) a umožnila nám zakresliť graf funkcie online. Študenti FEM SPU v Nitre sa vo vyšších ročníkoch v rámci odborných profilových predmetov stretávajú s rôznymi typmi funkcií a grafické riešenie riešených ekonomických úloh im pomáha objasniť, či nastáva rast alebo pokles v ekonomických situáciách a tak môžu napríklad zvážiť ekonomickú výhodnosť zvyšovania produkcie komodít.

#### Záver

Grafickú formu reprezentácie matematických pojmov, objektov, resp. problémov môžeme vytvárať pomocou informačných technológií. Dnes dostupné dynamické a vizuálne výučbové prostredia môžu značne ovplyvniť naše perspektívy ohľadom obsahu a celkového rozsahu matematického vzdelávania (Velichová, 2010).

Rozvoj informačných technológií, nové nástroje, programové produkty, prístup k voľne šíriteľnému softvéru prináša nové možnosti aj pri riešení úloh, napr. priebehu funkcie a v rôznych typoch aplikačných úloh, kde je potrebné grafické riešenie.

Okrem uvedených grafických nástrojov existujú mnohé ďalšie programové produkty, ktoré zobrazujú grafy funkcií. Niektoré z nich sú finančne náročné na zakúpenie pre každého študenta. K populárnym patria grafické kalkulátory, ktoré majú okrem zabudovaných grafických aplikácií aj podprogramy na výpočet lokálnych extrémov a inflexných bodov funkcie, vypočítajú študentovi neurčitý a určitý integrál, obsah rovinného útvaru a pod. Moderný učiteľ sa nemôže vyhybať uplatneniu grafických nástrojov vo vyučovaní matematiky. Práve tieto nástroje umožnia pedagógovi prezentovať študentom na prednáške alebo cvičení aj také grafy funkcií, ktoré by pri podrobnom riešení zabrali veľa vyučovacieho času. Je však potrebné, aby študent rozumel získaným výsledkom a vedel ich interpretovať. Vhodným uplatnením grafických programov priamo v kontaktnej výučbe, ale aj v samostatnom štúdiu dosiahneme, aby bol študent v procese získavania nových vedomostí pri zobrazovaní grafov funkcií aktívny (Országhová a kol., 2010).

V príspevku sme sa zamerali hlavne na použitie bezplatnej webovej služby GraphSketch.com pri zakresľovaní grafov funkcií v predmete Matematika IA a poukázali sme aj na možnosť použitia v odborných ekonomických predmetoch v rámci štúdia na FEM SPU v Nitre.

### Literatúra

- [1] DRÁBEKOVÁ, J.: *Graf ako kognitívny významový útvar*. In: Aplikované úlohy v modernom vyučovaní matematiky, zborník vedeckých prác. Nitra: SPU, 2012, s. 47-52. ISBN 978-80-552-0823-7. URL: <<http://www.sakba.sk/bulletin/bulletin4/cl2.html>>.
- [2] ORSZÁGHOVÁ, D.: *Grafické zobrazenie matematických funkcií*. In: Informačné technológie v riadení a vzdelávaní: zborník príspevkov z medzinárodného vedeckého seminára. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2010, s. 77-82. ISBN 978-80-552-0336-2. URL: <http://www.slpk.sk/eldo/2011/zborniky/08-11/orszaghova.pdf>.
- [3] ORSZÁGHOVÁ, D.: *Nástroje grafických softvérov a ich použitie v matematike*. In: Cieľom vyučovania matematiky je šťastný človek. Žilina: Žilinská univerzita, 2011, s. 261-267. ISBN 978-80-554-0393-9
- [4] ORSZÁGHOVÁ, D., GREGÁŇOVÁ, R., BARANÍKOVÁ, H., TÓTHOVÁ, D.: *Multimédiá vo vyučovaní matematiky*. 1. vyd. Nitra : SPU v Nitre, 2010, 168 s. ISBN 978-80-552-0405-5
- [5] VELICHOVÁ, D.: *Úloha PAS pri budovaní kognitívnych spojení v matematike*. In: Zborník vedeckých prác Nové trendy v matematickom vzdelávaní. Vydavateľstvo SPU, Nitra, 2010, s. 163-168. ISBN 978-80-552-0413-0

**Recenzent:** RNDr. Darina Tóthová, PhD.

### Kontaktná adresa:

Mgr. Radomíra Hornyák Gregáňová, PhD., Katedra matematiky, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Trieda A. Hlinku 2, 949 76 Nitra, tel. č. +421376414180, e-mail: [radomira.greganova@uniag.sk](mailto:radomira.greganova@uniag.sk)