

MATEMATICKÉ PROBLÉMY S APLIKÁCIAMI V EKONÓMII A ICH PREZENTÁCIA PROSTREDNÍCTVOM INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ

ORSZÁGHOVÁ, Dana, SR

Resumé: Implementácia informačných technológií do výučby matematiky s ekonomickými aplikáciami vyplýva z požiadaviek na modernizáciu, efektívnosť a kvalitu vysokého školstva. V článku sme sa zamerali na tento hlavný cieľ: ako prepojiť vedomosti z matematiky, ekonómie a informatiky? Táto úloha je spojená so zručnosťami vysokoškolských učiteľov a študentov pri používaní nástrojov IT na požadovanej úrovni. Ako uplatniť spoločne matematiku, ekonómiu a informatiku - to je veľmi náročná úloha pre študentov, ktorí vstupujú na univerzitu v prvom ročníku štúdia. Preto sme sa zamerali na prepojenie spomínaných troch odborných oblastí a skúmali sme možnosti pre zlepšenie výsledkov univerzitného štúdia v spojení s matematickými aplikáciami.

Kľúčové slová: matematika, vzdelávanie, informačné technológie, ekonomické aplikácie, aplikačné úlohy

MATHEMATICAL PROBLEMS WITH APPLICATION IN ECONOMICS AND THEIR PRESENTATION VIA INFORMATION TECHNOLOGY

Abstract: The implementation of information technology in the teaching of mathematics with economic application follows from demands on modernization, efficiency and quality of university education. In this paper we focused on this main objective: how to link together knowledge in mathematics, economics and computer science? This task is connected with the skills of university teachers and students to use IT tools on the required level. How to interconnect together mathematics, economics and informatics; it is very difficult task for students who enter the university in the first study year. Therefore, we focused on the interconnection of mentioned three specialized areas and explored possibilities for improvement of outcomes of university study in relation to the mathematical applications.

Key words: mathematics, education, information technology, economics application, applied tasks

1 Úvod

Vytváranie informačnej spoločnosti je spojené s formovaním vedomostnej spoločnosti a výsledkom ich vzájomného pôsobenia je vzdelávanie s novými kvalitami. V informačnej spoločnosti sa k nám každý deň dostáva veľké množstvo informácií. Platí to aj pre oblasť vzdelávania, kde sa informácie získavajú a ďalej prezentujú prostredníctvom rôznych elektronických médií. Rýchle triedenie a spracovanie informácií je významnou súčasťou pracovného a vzdelávacieho procesu, pričom nové možnosti informačných technológií menia charakter a metódy vzdelávania.

Súčasnú vzdelávanie kladie do centra pozornosti edukačného procesu objekt vzdelávania, ktorým je študent. Ťažisko zodpovednosti je sústredené najmä na samostatnosť v štúdiu, z čoho vyplývajú rôzne problémy a neúspechy aj v štúdiu matematiky. Vhodnou kombináciou tradičných vyučovacích metód a metód používajúcich elektronickú podporu vzdelávania môžeme motivovať záujem študentov o matematické predmety, zvýšiť efektívnosť štúdia a následne zlepšiť aj dosahované študijné výsledky.

Pod vplyvom zmien vo vyučovaní matematiky menia sa tiež matematické kompetencie na všetkých stupňoch vzdelávania. Učitelia aj študenti sa musia týmto zmenám prispôbiť a aktualizovať k nim prislúchajúce kompetencie. Otázkou zostáva, či prebiehajúce zmeny robia matematiku pre študentov zaujímavejším predmetom, alebo si matematika stále udržiava povest' neobľúbeného predmetu [7], [8].

Základom štúdia matematiky na ekonomických a technicky zameraných fakultách sú aplikácie matematiky. Vniesť do matematického vzdelávania lepšiu názornosť, dynamiku a zabezpečiť interaktívny prístup poslucháčov k štúdiu matematiky môžeme priamo vo výučbe s podporou počítačov alebo nepriamo, vytvorením on-line kurzov, ktoré môžu študenti využívať systémom „anytime and anywhere“ [1]. Skúsenosti s elektronickým vzdelávaním a používaním rôznych nástrojov informačných technológií potvrdzujú, že študenti majú záujem o štúdium matematiky prostredníctvom elektronických médií a aplikácií. Študenti v externej forme štúdia oceňujú prístup k vytvoreným elektronickým vzdelávacím zdrojom, ktoré môžu použiť v samostatnom štúdiu matematických predmetov a počas prípravy na skúšku. Študenti okrem vedomostí z matematiky získavajú aj zručnosti a návyky potrebné pre prácu s IKT, ktoré môžu uplatniť aj v iných predmetoch [6].

Hlavným cieľom príspevku je prezentovať použitie prostriedkov IT v matematických aplikačných úlohách so zameraním na oblasť ekonómie.

2 Materiál a metódy

Na Fakulte ekonomiky a manažmentu Slovenskej poľnohospodárskej univerzity (SPU) v Nitre je elektronické vzdelávanie súčasťou štúdia jednotlivých predmetov už od 1. ročníka. Študenti môžu získať prehľad v odborných poznatkoch a zároveň si osvojiť aj použitie nástrojov IKT. Východiskovým materiálom pre spracovanie príspevku sú konkrétne skúsenosti a poznatky získané z vyučovania matematiky na SPU v Nitre. Ďalší materiál sme získali z riešenia výskumných úloh na Katedre matematiky, ktoré boli zamerané na vzdelávanie a implementáciu IT do vyučovania matematických predmetov. Metodický postup vychádza z analýzy realizovaných prednášok a cvičení z matematiky.

Uvedené ukážky úloh sú príkladom vzájomného spojenia poznatkov z matematiky, ekonómie a grafických nástrojov informačných technológií. Zamerali sme sa na tieto témy:

- funkcie ekonomickej analýzy s jednou premennou,
- lokálne extrémny funkcie s jednou premennou v aplikáciách,
- lokálne extrémny funkcie dvoch premenných v aplikáciách.

3 Výsledky

Súčasný vedecký a aplikovaný výskum neustále prináša nové spôsoby uplatnenia matematických metód v rôznych oblasti praktickej činnosti. Preto je dôležité do vyučovacieho procesu zaraďovať ukážky aplikácií matematiky a dôsledne interpretovať význam získaných výstupov. Vhodným prostriedkom na demonštráciu grafov matematických funkcií sú prostriedky IT, ktoré sú spojením výpočtového a grafického softvéru. Ovládanie matematických metód a ich použitie v riešení aplikačných úloh má význam aj z pohľadu budúceho uplatnenia absolventov vysokých škôl. Získané vedomosti by mali mať reálne využitie v odbornej praxi.

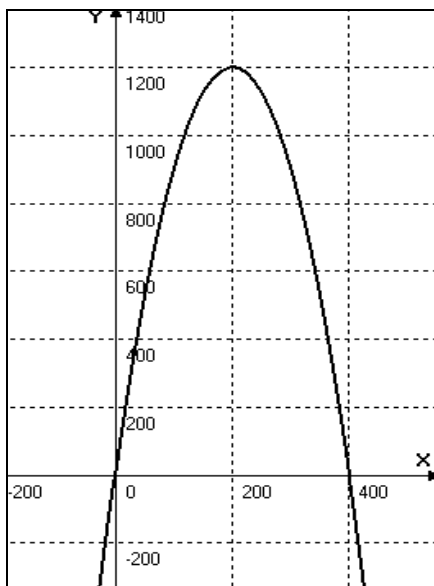
Nasledujúce ukážky úloh v sebe spájajú matematickú metódu, ekonomickú aplikáciu a grafickú interpretáciu prostredníctvom grafických nástrojov IT.

3.1 Funkcia celkových príjmov a funkcia marginálnych príjmov

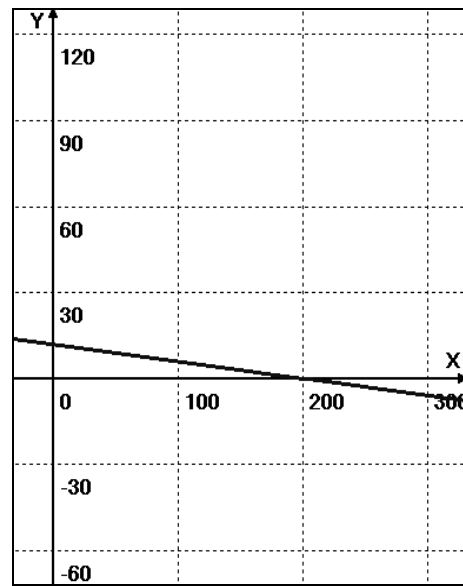
Funkcie ekonomickej analýzy sú zvyčajne vyjadrené v explicitnom tvare $y = f(x)$ pomocou matematických funkcií a používanej symboliky. Z teórie vieme, že ak $CP(x)$ je funkcia celkových príjmov pre nejakú komoditu, tak funkcia marginálnych príjmov je daná vzťahom $MP(x) = CP'(x)$. Vo vzťahu je aplikovaná derivácia funkcie a použijeme ho v nasledujúcej úlohe.

Úloha 1 (funkcia celkových príjmov a funkcia marginálnych príjmov)

Funkcia celkových príjmov má vyjadrenie $CP(x) = 12x - 0,03x^2$ (Obr. 1). Máme nájsť funkciu marginálnych príjmov $MP(x)$.



Obr. 1: Graf funkcie $CP(x) = 12x - 0,03x^2$



Obr. 2: Graf funkcie $MP(x) = 12 - 0,06x$

Z predchádzajúceho vzťahu $MP(x) = CP'(x)$ je zrejmé, že vypočítame prvú deriváciu funkcie celkových príjmov. Výsledkom je funkcia marginálnych príjmov vyjadrená vzťahom $MP(x) = CP'(x) = 12 - 0,06x$ (Obr. 2). Z grafického znázornenia uvedených funkcií vieme interpretovať aj ďalšie údaje; napr. vieme vypočítať pre akú úroveň x_0 budú celkové príjmy rásť, prípadne klesať. Z grafu funkcie marginálnych príjmov vidíme, že pre $x_0 = 200$ je hodnota $MP(200) = 0$, teda celkové príjmy budú maximálne. Grafy na obrázkoch č. 1 a č. 2 boli vytvorené pomocou softvéru GraphSight verzia 2.0.1.

3.2 Lokálne extrémny funkcie s jednou reálnou premennou

Úloha 2 (diferenciálny počet v optimalizačných úlohách, ukážka maximalizácie zisku)

Funkcia zisku pre produkčnú firmu je daná vzťahom $z(x) = -8x^3 + x^2 + 8x + 3,5$, kde x je objem produkcie. Vypočítajme úroveň produkcie, pri ktorej firma dosiahne maximálny zisk.

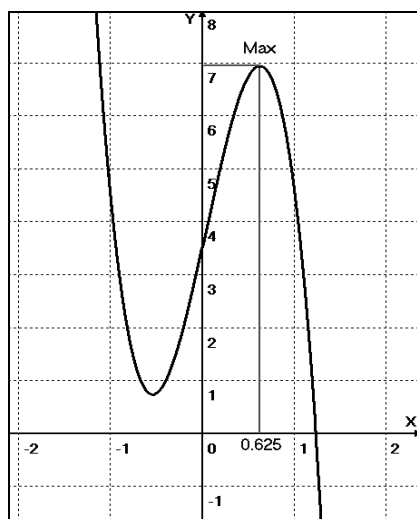
Daná funkcia je polynomickeá 3. stupňa. Z obrázka č. 3 je zrejmé, že pri výpočte lokálnych extrémov pomocou nástrojov diferenciálneho počtu zistíme dva kritické body, z ktorých jeden je lokálne maximum, $x = 0,625$. Graf funkcie bol vytvorený v programe GraphSight verzia 2.0.1.

3.3 Lokálne extrémny funkcie dvoch reálnych premenných

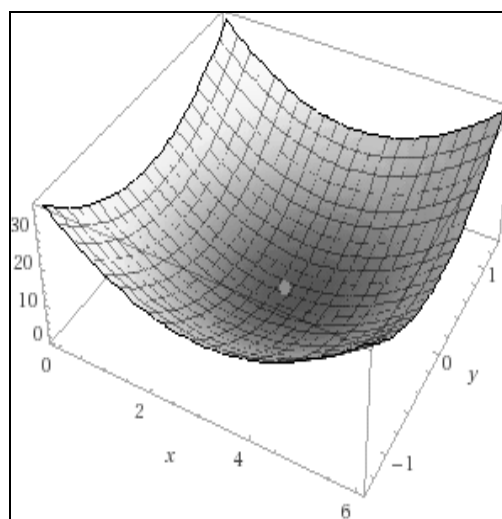
Úloha 3 (výpočet extrémov funkcie, ukážka lokálneho minima funkcie)

Pre funkciu dvoch premenných $z(x, y) = 2(x-3)^2 + 10y^2$ nájdime lokálne, resp. globálne minimum.

Na obr. 4 je graf danej funkcie $z = 2(x-3)^2 + 10y^2$ zostrojený v programe WolframAlpha a pomocou jeho ďalších nástrojov je možné priamo zistiť minimum v bode $[x_0, y_0] = [3, 0]$.



Obr. 3: Graf funkcie
 $z(x) = -8x^3 + x^2 + 8x + 3,5$



Obr. 4: Graf funkcie
 $z(x, y) = 2(x-3)^2 + 10y^2$

4 Diskusia

Súčasný vývoj odborných profesií nasvedčuje tomu, že čoraz viac sa v práci používajú nástroje IT a rôzne zariadenia so smart technológiami. Aj preto považujeme za dôležité naučiť študentov základné zručnosti ako hľadať poznatky (napr. aj matematické) a ako použiť nástroje IT na riešenie aplikačných úloh. Na konkrétnych príkladoch sme ilustrovali aplikácie matematického aparátu z diferenciálneho počtu funkcie jednej reálnej premennej a funkcie dvoch reálnych premenných.

Skúmanie kompetencií pedagógov a študentov z oblasti IT je súčasťou mnohých výskumných úloh. Napríklad autori v článku [4] prezentujú výsledky výskumu, ktorý potvrdil platnosť hypotézy predpokladajúcej, že existuje pozitívna korelácia medzi postojom študentov k novým technológiám vo vyučovaní matematiky a výkonom v teste obsahujúcom úlohy zamerané na základné faktory tvorivosti.

Je dokázané, že tvorivosť a tvorivé myslenie je možné rozvíjať. Tvorivý učiteľ naučí študentov experimentovať, klásť otázky a hľadať riešenia problémov [3].

V tematických okruhoch preberaných v jednotlivých predmetoch nachádzame mnoho matematických tém, v ktorých má riešenie úlohy aj grafickú interpretáciu [5]. IT umožňujú pedagógom zefektívniť vzdelávací proces a urobiť ho pre študentov zaujímavejším.

Niekedy je vhodné funkciu zobrazit' priamo na vyučovaní, niekedy je vhodné použiť vopred pripravenú ukážku, ktorá zefektívni časovú náročnosť vzdelávania. Elektronický študijný materiál určený na samostatné štúdium musí mať tieto prvky:

- nadväzujúca štruktúra,
- zrozumiteľnosť,

- interakcia medzi autorom a študentom,
- postupnosť vysvetľovania v malých krokoch (programové vyučovanie),
- možnosť vrátiť sa späť k naštudovanému alebo nepochopenému učivu,
- sebahodnotenie a autokontrola formou otázok alebo úloh s odpoveďami,
- možnosť pre tlač úloh a zadaní na samostatnú prácu [9].

Významnou súčasťou vzdelávacieho procesu je aj hodnotenie vedomostí študentov, ktoré sa realizuje aj v elektronickej forme prostredníctvom rôznych testovacích databáz a prináša efekt pri racionalizácii práce učiteľa [10].

Okrem odborných informácií sú pre vzdelávanie dôležité aj organizačné informácie, ku ktorým patrí napr. elektronizácia prihlasovania na vysoké školy. Slovenské univerzity a vysoké školy prostredníctvom *Portálu VŠ* poskytujú informácie o svojich fakultách, študijných programoch, zverejňujú organizované podujatia a elektronické kurzy [2].

Záver

Hlavným cieľom príspevku bolo prezentovať ukážky použitia nástrojov IT vo vzdelávacom procese so zameraním na aplikácie matematiky v ekonómii. Tvorba a používanie študijných materiálov s uplatnením nástrojov IT zvyšuje motiváciu a záujem o štúdium matematických metód a ich aplikácií.

- Úlohy, ktoré navzájom spoja poznatky a zručnosti z matematiky, ekonómie a informatiky sú predmetom štúdia matematiky v bakalárskych študijných programoch na Fakulte ekonomiky a manažmentu SPU v Nitre.
- Skúsenosti z výučby matematiky na FEM SPU v Nitre potvrdzujú, že študenti používajú v štúdiu matematiky vytvorené elektronické materiály a kurzy, ktoré sú prístupné prostredníctvom internetu. Preto je aktuálnou úlohou hľadať nové a zaujímavé možnosti, ako použiť tradičné a elektronické vzdelávacie materiály s cieľom zvýšenia kvality kontaktnej výučby matematiky a zlepšenia efektívnosti samostatného štúdia.
- Elektronické vzdelávanie a nové možnosti uplatnenia prostriedkov IT vo vyučovaní a v samostatnom štúdiu sa prejavujú zmenami aj v matematických predmetoch:
 - vo formách a metódach výučby,
 - v kompetenciách pedagóga – vzdelávajúceho,
 - v kompetenciách študenta – vzdelávaného,
 - v tvorbe a použití študijných a vzdelávacích materiálov,
 - v uplatňovaní e-learningu.

Matematické témy sú pre študentov lepšie pochopiteľné, ak riešia aj aplikačné úlohy. Tie dávajú priamu odpoveď na otázku študentov, kde a ako môžu matematické metódy použiť. Ďalším významným faktorom je uplatňovanie medzipredmetových vzťahov, ktoré sú faktorom pre zvýšenie kvality vzdelávania a môžu sa následne prejavovať v známkach na skúške a v rozšírení možností uplatnenia absolventov vysokých škôl na trhu práce.

Bibliografia

- [1] DRÁBEKOVÁ, J. *Matematika v prostredí LMS Moodle* (Mathematics in LMS Moodle). In: Siet'ové a informačné technológie 2012. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2012. ISBN 978-80-552-0905-0. (Online). Available: <http://www.fem.uniag.sk/sit2012/zbornik/drabekova.pdf>. [Accessed on: May 28, 2016].

- [2] HORNYÁK GREGÁŇOVÁ, R. and TÓTHOVÁ, D. *Portál VŠ a návrh na jeho rozšírenia o nové moduly (Portal of universities and proposal for new modules expansion)*. In: *Trendy ve vzdelávání*. Olomouc: Palacky university. 8, 1 (2015), s. 137-140. Available: http://www.kteiv.upol.cz/tvv_web/tvv15/tvv_2015_proceedings.pdf. [Accessed on: June 6, 2016].
- [3] KOŠOVSKÁ, I., FERENCZI VAŇOVÁ, A., VÁRYOVÁ, I. *Tvorivosť učiteľa ako predpoklad skvalitňovania vzdelávacieho procesu*. In *Dnešné trendy inovácií 2014*. Łomża: Printing house of Łomża state university of applied sciences, 2014, s. 88-95. ISBN 978-83-60571-36-1.
- [4] MIŠÚTOVÁ, M. and MIŠÚT, M. *Impact of ICT on the quality of mathematical education*. In: *The 6th International Multi-Conference on Society, Cybernetics and Informatics 2012 (IMSCI 2012): proceedings*. July 17th-20th, 2012 - Orlando, Florida, USA. Florida: International institute of informatics and systemics, 2012. Pp. 76-80. ISBN 978-1-936338-66-5.
- [5] MOLNÁROVÁ, M. *MATEMATIKA I a jej využitie v ekonómii*. TU: Košice, 2012. ISBN 978-80-553-1168-5. Available: http://people.tuke.sk/monika.molnarova/index_soubory/matematikai_hi_odobrata_strana.pdf. [Accessed on: June 20, 2016].
- [6] ORSZÁGHOVÁ, D. *Nástroje LMS MOODLE a ich uplatnenie v samostatnom štúdiu matematických predmetov*. In *Sborník príspevků z konference a soutěže eLearning 2013*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2013, s. 106-111. ISBN 978-80-7435-327-7.
- [7] ORSZÁGHOVÁ, D., GREGÁŇOVÁ, R., BARANÍKOVÁ, H. a TÓTHOVÁ, D. *Multimédiá vo vyučovaní matematiky*. Nitra, SPU, 2010, 168 s., 1. vydanie. ISBN 978-80-552-0405-5.
- [8] ORSZÁGHOVÁ, D., GREGÁŇOVÁ, R. a MATUŠEK, V. *K aktuálnym matematickým kompetenciám vo vysokoškolskom vzdelávaní v ekonomických a technických odboroch*. 1. vyd. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2013. 141 s. ISBN 978-80-552-1017-9.
- [9] ORSZÁGHOVÁ, D., GREGÁŇOVÁ, R. and MAJOROVÁ, M. 2007. *Professional Training of Economists and Managers in the Context of the Transformation of University Education*. In: *Scientific papers (CD) from the conference "The Path of Internationalization and Integration in the Europe of Regions"*. Curtea de Arges, Romania, 2007, p. 259-264. ISBN 978-80-8069-857-7.
- [10] STOFFOVÁ, V. *Testovanie vedomostí v LMS MOODLE (Knowledge Testing in LMS MOODLE)*. In: Stoffová, V. (ed.): *XXII. DIDMATTECH 2009*. Trnava - Komárno: Trnava University - Trnava & J. Selye University - Komárno, 2010. 171-181. s. ISBN 978-80-8122-006-7.

Lectured by: doc. Ing. Peter Obtulovič, CSc.

Contact address:

Dana Országhová, Doc., RNDr., CSc.

Katedra matematiky, Fakulta ekonomiky a manažmentu, SPU v Nitre

Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra, Slovak Republic

Tel: +421 037 641 4181, e-mail: dana.orszaghova@uniag.sk